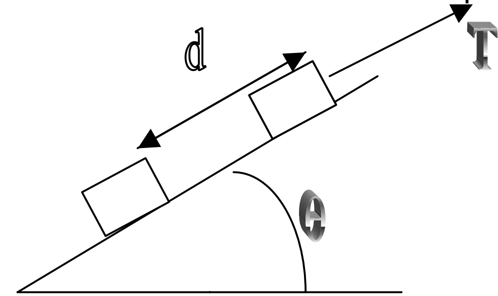
Université Mohammed V-Agdal
Faculté des Sciences
Département de Physique

Année Universitaire 05-06

MECANIQUE - T.D.4
S.V. et S.T.U.

1/ Un objet de masse m est en mouvement ascendant sur une pente. Le frottement est supposé négligeable et la tension **T** qui tire l'objet est représentée sur la figure ci-dessous.
Qu'est ce qu'on peut conclure au sujet du travail de la force gravitationnelle exercée par la terre sur l'objet.
Déterminer le travail total de m durant le déplacement d.



2/ Une personne qui veut maigrir soulève 10^3 fois une masse de 10 kg d'un hauteur de 50 cm.
a- Quel travail effectue-t- elle pour vaincre la force de pesanteur ?
(Lorsqu'elle abaisse la masse, on supposera que l'énergie potentielle est dissipée)
b- la graisse fournit une énergie de 3.8 10^6 J par kg. Cette énergie est convertie en énergie mécanique avec un rendement de 20 %. Quelle quantité de graisse sera brûlée au cours de l'exercice ?

3/ Déterminer l'énergie potentielle d'un oscillateur harmonique unidimensionnel.
Sachant que la solution de l'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique est donnée par : $x(t) = A \sin(\omega t+\phi)$,
En déduire l'expression de l'énergie mécanique.

4/ Soit un électron en mouvement circulaire autour d'un proton.
a- Donner l'expression de l'énergie cinétique.
b- Déterminer l'expression de l'énergie potentielle.
c- En déduire l'expression de l'énergie mécanique.

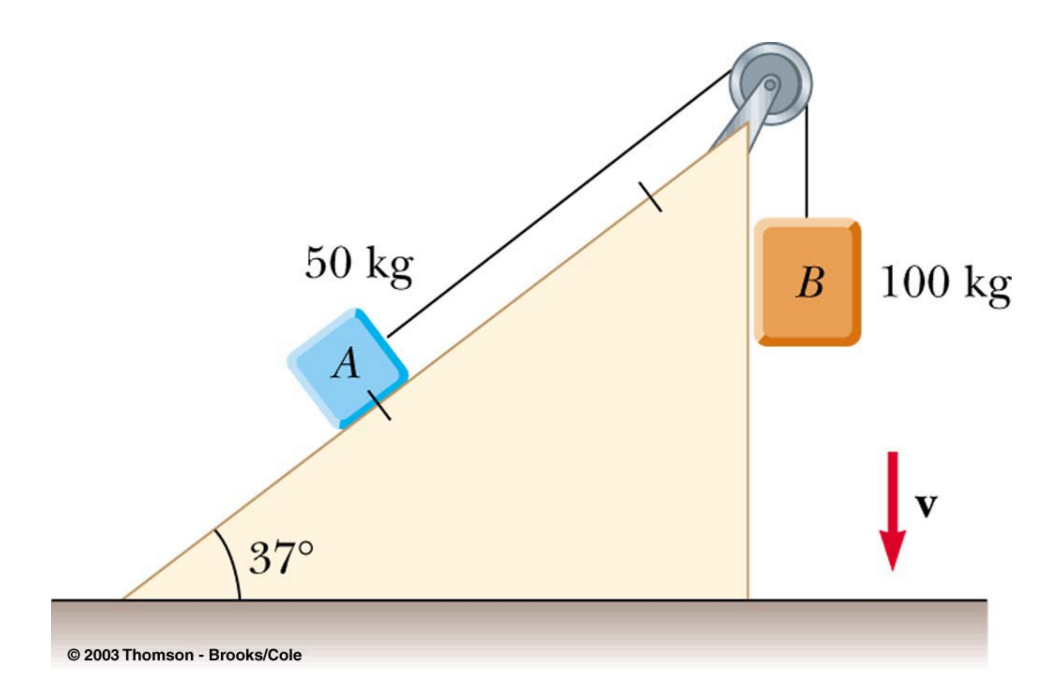
5/ Les pales d'une éolienne balaient une surface circulaire S.
a- Si le vent a une vitesse V et une direction perpendiculaire à la surface balayée par les pales, quelle est la masse d'air qui passe à travers l'éolienne au cours du temps ?
b- Quelle est l'énergie cinétique de l'air ?
c- Supposons que l'éolienne transforme 30 % de l'énergie éolienne en énergie électrique. Calculer la puissance électrique produite ?
On donne : la masse volumique de l'air ρ = 1.2 kg/m^3, S = 30 m^2 et V = 36 Km/h.

6/ Une skieuse, de masse 50 Kg, descend le long d'une colline sans vitesse initiale. La hauteur de la colline est de 20 m.
a- Quelle sera sa vitesse en bas de la colline si on néglige les forces de frottements ?
b- Cette fois les forces de frottements ne sont pas négligeables et la vitesse en bas de la pente est de 10 m/s. Quel a été le travail des forces de frottements ?
c- Après la colline, elle aborde un terrain plat. Elle fait pivoter ses skis et s'immobilise rapidement. Si le coefficient de frottement cinétique μ_c est de 2.5, déterminer la distance au bout de laquelle elle s'arrêtera ?

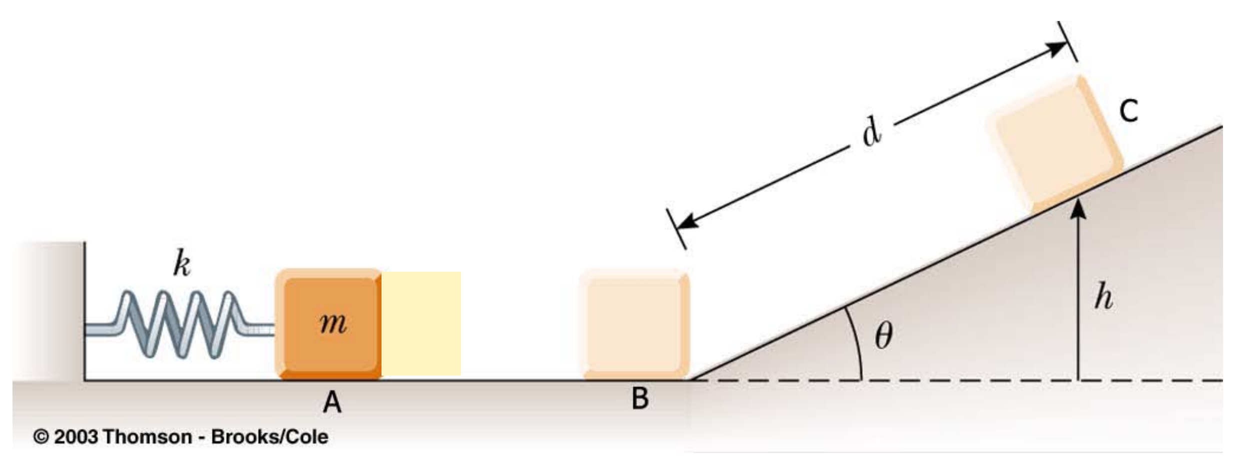
7/ Dans une salle de sport, une personne soulève un poids pour brûler la graisse. La graisse fournit une énergie de $3.8\ 10^7$ J/kg et cette énergie est convertie en énergie mécanique avec un rendement de 20 %.
Sachant que la personne a mangé un tajine avec 35 g de graisse, combien de fois elle doit soulever une masse de 10 kg d'une hauteur de 50 cm pour éliminer toute la graisse consommée ?

8/ Les objets en rotation possèdent aussi une énergie cinétique.
Déterminer le travail et la puissance d'une roue, de rayon r, en rotation autour de son axe Δ.
<u>Application</u> : Un seau de 20Kg est maintenu au-dessus d'un puits par une corde de masse supposée négligeable et enroulée autour d'un cylindre de 0,2 m de rayon. Son moment d'inertie vaut 0.2 Kg m^2.
Si le sceau part du repos, quelle vitesse aura t-il au moment d'atteindre l'eau 10 m plus bas.

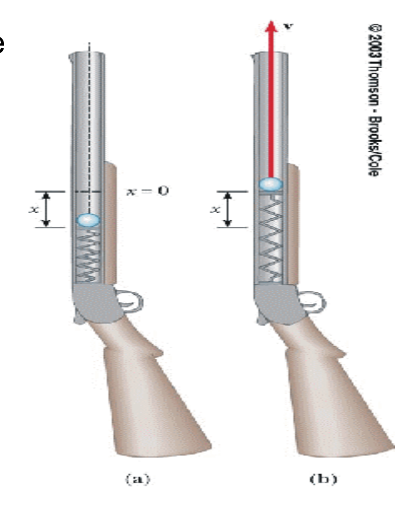
9/ Deux blocs A et B (m_A= 50 Kg et m_B= 100 Kg) sont relies comme le montre la figure ci-dessous. Si les 2 blocs sont initialement au repos, quelles sont leurs vitesses quand A aura parcouru une distance de 25 cm ?
Tous les frottements sont supposés nuls.



10/ Un bloc A de masse m= 0.5 Kg est au repos. Il est comprimé de 2 cm par rapport à l'équilibre puis lâché.
a- Calculer sa vitesse au point B
b- Calculer la distance d maximale parcourue sur le plan incliné dans le cas où θ= 25°.

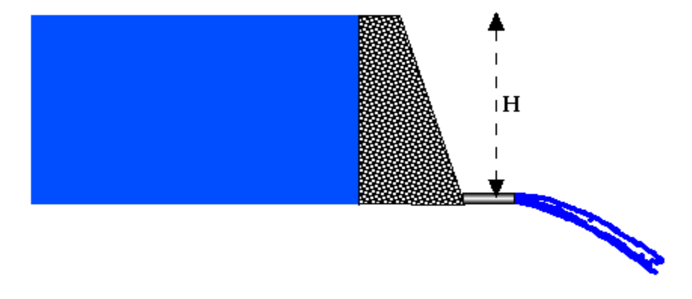


11/ Un fusil tire une balle en liège de masse 20 g sur une hauteur de 40 m et son ressort est comprimé de 1.5 cm.
a- Quelle est la raideur du ressort?
b- Quelle est l'accélération maximale de la balle?



12/ Un ascenseur a une masse de 550 kg et un contrepoids de 700 kg soulève 23 étudiants de 80-kg chacun de 30 mètres pendant 12 s.
Quelle est la puissance requise? (en W et hp)

13/ A partir d'un barrage, on veut produire une puissance de 50 MW. Sachant que le barrage a une hauteur de 75 m, quel et le débit d'eau (en m^3/s) nécessaire ?



Corrigé de la série n°4
Travail et énergie

1/ Fait en cours et disponible sur internet (chap.4)

2/
W = N m g h : Ce travail va servir à brûler une masse M de graisse.
Or $E_{méc}$ = 0.2 E où E = 3.8 10^6 J par kg
M = W/ $E_{méc}$ **A.N. :** M = 6.3 g

3/ $E_P = -\int F(x)dx = \int Kx\,dx = \frac{1}{2}Kx^2 + Cte$

L'énergie potentielle étant nulle pour x = 0 (la position d'équilibre): la constante est alors nulle. Il reste : $E_P = \frac{1}{2}K\,A^2\sin^2(\omega t+\varphi)$

L'énergie cinétique est $E_C = \frac{1}{2}m\ddot{x}^2 = \frac{1}{2}m\,\omega^2 A^2\cos^2(\omega t+\varphi)$, Or $\omega^2 = \frac{K}{m}$ d'où :

$$E_C = \frac{1}{2}K\,A^2\cos^2(\omega t+\varphi)$$

L'énergie mécanique **-** $E_m = E_c + E_P = \frac{1}{2}KA^2 > 0$

L'énergie mécanique est bien conservative.

Application: $E_P = \frac{1}{2}K\,x^2$ **AN :** $E_P = \frac{1}{2}$ (800 x $0,5^2$) = 100 J

4/ La force électrostatique est donnée par :

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-e^2}{r^2}\frac{\vec{OM}}{\left|\vec{OM}\right|}$$

Comme le mouvement est circulaire uniforme, alors $\vec{a} = \frac{-V^2}{r}\frac{\vec{OM}}{\left|\vec{OM}\right|}$

a- L'énergie cinétique E_c est donnée par $E_c = \frac{1}{2}mV^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$

b- L'énergie potentielle est donnée par $E_P = -\int F(r)dr = \int\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}dr = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$ + Cte

L'énergie potentielle étant nulle à l'infini: $E_P = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$

c- $E_m = E_c + E_P = -\frac{1}{8\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$: L'énergie mécanique est négative. Elle est bien conservative sur cette orbite circulaire de rayon r.

5/
a- La masse de l'air est donnée par : m = ρ V = ρ S x = ρ π r^2 V t

S est la section d'une pale. t est le temps durant lequel le vent traverse la pale à la vitesse V.

b- $E_C = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \rho S^2 V^3 t$

c- L'énergie électrique obtenue est $E = 0{,}3\ E_C$ et la puissance électrique produite vaut :

$$\mathcal{P} = \frac{E}{t} = 0{,}3\ \frac{1}{2}\ \rho\ \pi S^2 V^3$$

On remarque que $\mathcal{P}$ dépend fortement de la vitesse du vent.

AN : $\mathcal{P}$ = 5400 W C'est une puissance suffisante pour 3 à 4 habitations moyennes.

6/ On choisira le bas de la colline comme référence.

a- $mg\,H = \frac{1}{2} mV^2 \Leftrightarrow V = \sqrt{2gH}$ **AN:** $V = 19{,}8$ m/s

b- $\frac{1}{2} mV^2 = mg\,H + W_d \Leftrightarrow W_d = \frac{1}{2} mV^2 - mg\,H$ **AN:** $W_d = -\ 7300$ J

c- Puisque le terrain est plat, il n'y a pas de variation d'énergie potentielle. Toute l'énergie cinétique de la skieuse doit être dissipée.
La réaction normale n est égale et opposée au poids. En conséquence le travail total se réduit à celui de la force de frottement cinétique f_c :

$$W_{f\,c} = -\ \mu_C\ mg\ d$$

Comme la vitesse finale est nulle, on a : $0 - \frac{1}{2} mV^2 = -\ \mu_C\ mg\ d$

A.N.: Si V = 19,8 m/s, d = 8 m
Si V = 10,0 m/s, d = 2 m

7/ Le travail total pour vaincre la force de pesanteur est W = N Mg h
N est le nombre de fois qu'il faut soulever le poids de masse M d'une hauteur h.
Comme un kg de graisse fournit une énergie de $3{,}8\ 10^7$ J et que cette dernière est convertie en énergie mécanique avec un rendement de 20 %, alors :
Pour une masse m de graisse : $E = 0{,}2\ m\ 3{,}8\ 10^7$ J.
Or $E = W \Leftrightarrow N = 0{,}2\ m\ 3{,}8\ 10^7 / Mg\ h$ **AN :** N = 5428

8/

Compléments du cours :
Considérons une roue de rayon r tournant autour d'un axe Δ fixe.
Quand la roue tourne d'un angle θ, un point de la jante effectue un déplacement valant $r\,d\theta$.
Une force F agissant tangentiellement à la roue au cours de déplacement effectuera un travail $dW = F\,r\,d\theta$ et la puissance est donnée par $\mathcal{P} = \frac{dW}{dt} = F\,r\,\omega$

Quant à l'énergie cinétique d'un objet de masse m en mouvement de rotation, elle est donnée par: $E_C = \frac{1}{2} m\,V^2 = \frac{1}{2} I\,\omega^2$

Résolution de l'exercice 8 : Prenons comme hauteur de référence pour E_P la surface de l'eau.
Au sommet E_C est nulle.

E_C totale $= \frac{1}{2} m\,V^2 + \frac{1}{2} I \frac{V^2}{r^2}$

Comme l'énergie mécanique est conservée : $\frac{1}{2}\text{m V}^2 + \frac{1}{2}\text{I}\frac{\text{V}^2}{\text{r}^2}$ = mg h ou encore :

$$V = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \frac{I}{mr^2}}}$$

AN : $\text{V} = 12{,}5$ m/s

Remarque : Si le sceau n'était pas relié au treuil, il aurait acquis une vitesse plus grande.

9/ Par analogie avec l'ex. 13 de la série n°2, on a :

$$a = 2\Delta x \,\frac{g(-m_1 \sin 37 + m_2}{m_1 + m_2} = cte$$

On utilisera aussi $V_f^2 - V_i^2 = 2a\,\Delta x$

$V_f = V_A = V_B = 1.51\,\text{m/s}$

10/ Donnée manquante : k = 800 N/m

a) On a $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mV^2$

$V = 0.8$ m/s

b) $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mV^2 = mg\,h = mg\,d\,\sin 25$

$d = 7.7$ cm

11/

a) On a : $\frac{1}{2}k\,x^2 = mg\,h$ **A.N.:** $k =$ 69688 N/m

b) $a_{max} = x_{max}\,\omega^2$ (vue en cours) **A.N.:** a_{max}=52266 m/s^2

12/ P= M_{tot} g h / t **A.N. :** P = 41 kW =55.6 hp

13/ On a la puissance = W/ t = m g h /t

D'où m/t = puissance / g h= 50 000000/ 9,8 x 75 = 68027 Kg/s

Or 1 000 Kg d'eau est équivalente à 1 000 l= 1 m^3. D'où le débit Q = 68 m^3/s